

МЗМ для логарифмических неравенств



Готовимся к ЕГЭ вместе!
vk.com/ege100ballov

Суть метода

Метод замены множителей (МЗМ) – один из наиболее эффективных методов, применимый ко множеству неравенств. Как понятно из названия мы собираемся заменять множители. Заменять мы их будем в области их существования на более простые с помощью равносильных преобразований.



Готовимся к ЕГЭ вместе!
vk.com/ege100ballov

Равносильность неравенств

Два неравенства $f_1(x) \vee g_1(x)$ и $f_2(x) \vee g_2(x)$ называются равносильными на множестве M , если множества их решений совпадают.

Здесь $f_i(x)$ и $g_i(x)$ - какие-либо функции.

Например, $5x+3$ или $25x^4 - 6x^2 + 257$ или $\log_9(5 - 2x + 189\sqrt{3})$.

Знаком \vee обозначают любой из следующих знаков: $\geq, \leq, <, >, =$.



Готовимся к ЕГЭ вместе!
vk.com/ege100ballov

Логарифмические неравенства

Чаще всего нас учат делать так:

$$\log_a f(x) \vee \log_a g(x) \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a > 1 \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) \vee g(x) \end{array} \right. \cup \left\{ \begin{array}{l} a \in (0; 1) \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ f(x) \wedge g(x) \end{array} \right.$$

Однако это долго, муторно, да еще и ошибок со знаками немудрено наделать.



Готовимся к ЕГЭ вместе!
vk.com/ege100ballov

Логарифмические неравенства

Так мы можем уменьшить количество систем:

$$\log_a f(x) \vee \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} (a - 1)(f(x) - g(x)) \vee 0 \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ a > 0; a \neq 1 \end{cases}$$

А если отдельно найти ОДЗ, то останется лишь решить первое неравенство данной системы и пересечь его решение с ОДЗ.



Готовимся к ЕГЭ вместе!
vk.com/ege100ballov

Частные случаи

$$\left\{ \begin{array}{l} \log_a f(x) = b \vee 0 \Leftrightarrow \log_a f(x) - \log_a a^b \Leftrightarrow \\ (a - 1)(f(x) - a^b) \vee 0 \\ f(x) > 0 \\ a > 0; a \neq 1 \end{array} \right.$$



Готовимся к ЕГЭ вместе!
vk.com/ege100ballov

Частные случаи

$$\log_a f(x) + \log_a g(x) \vee 0 \Leftrightarrow$$
$$\left\{ \begin{array}{l} \log_a(f(x) * g(x)) - \log_a 1 \vee 0 \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow$$
$$\left\{ \begin{array}{l} (a - 1)(f(x) * g(x) - 1) \vee 0 \\ f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \\ a > 0; a \neq 1 \end{array} \right.$$



Готовимся к ЕГЭ вместе!
vk.com/ege100ballov